2017年度　東京都公立高校入試問題

50分
100点

（注）答えに分数が含まれるときは，それ以上約分できない形で表しなさい。

答えに根号が含まれるときは，根号の中を最も小さい自然数にしなさい。

□ の中の数字を答える問題については，「あ，い，う，…」に当てはまる数字を，下の〔例〕のように，0から9までの数字のうちから，それぞれ1つずつ選びなさい。

〔例〕 あい に12と答えるとき　あ（ 1 ）　い（ 2 ）

1　次の各問に答えよ。

〔問1〕 $6-9\times\left(-\frac{1}{3}\right)$ を計算せよ。

〔問2〕 $8a+b-(a-7b)$ を計算せよ。

〔問3〕 $(6+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})$ を計算せよ。

〔問4〕 一次方程式 $3(x+5)=4x+9$ を解け。

〔問5〕 連立方程式 $\begin{cases} x+y=7 \\ 4x-y=8 \end{cases}$ を解け。

〔問6〕 二次方程式 $x^2+5x+2=0$ を解け。

〔問7〕 関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-5\leqq x\leqq 4$ のときの y の変域を，次のア～エのうちから選び，記号で答えよ。

ア　$-25\leqq y\leqq 16$　　イ　$0\leqq y\leqq 16$　　ウ　$0\leqq y\leqq 25$　　エ　$16\leqq y\leqq 25$

〔問8〕 1から6までの目の出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げるとき，出る目の数の和が10以下になる確率を求めよ。

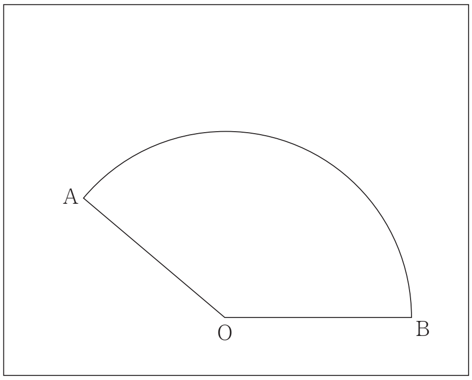
ただし，大小2つのさいころはともに，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

〔問9〕 右の図は，おうぎ形OABである。

$\overset{\frown}{AB}$上にあり，$3\overset{\frown}{AP}=\overset{\frown}{BP}$となる点Pを，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点Pの位置を示す文字Pも書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



2 ある中学校で，Sさんが作った問題をみんなで考えた。

次の各問に答えよ。

［Sさんが作った問題］

右の図1のように，上から順に，1段目に2個，2段目に3個，3段目に4個と，1段ごとに1個ずつマスを増やし，左端のマスが縦にそろうように10段目まで並べたものを考える。

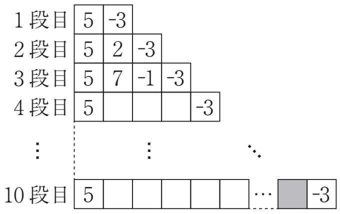
全ての段の左端のマスに5，右端のマスに－3を入れる。

2段目以降にある両端のマス以外のそれぞれのマスに，1つ上の段にある真上のマスと，その左隣のマスに入っている2つの数の和を入れる。例えば，2段目の中央のマスには，1段目の－3と1段目の5の和である2が入る。

このとき，10段目にある□で示したマスに入る数を考えてみよう。

なお，図1は，全ての段の左端のマスに5，右端のマスに－3を入れ，両端のマス以外のそれぞれのマスについて，2段目，3段目の順に，3段目まで数を入れた場合を表している。

図1



〔問1〕 ［Sさんが作った問題］で，10段目にある□で示したマスに入る数を，次のア～エのうちから選び，記号で答えよ。

ア －22　　イ －19　　ウ 37　　エ 42

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

先生は，［S さんが作った問題］をもとにして，次の問題を作った。

［先生が作った問題］

右の図 2 は，上から順に，1 段目に 2 個，2 段目に 3 個，3 段目に 4 個と，1 段ごとに 1 個ずつマスを増やし，左端のマスが縦にそろうように 5 段目まで並べたものである。

図 2

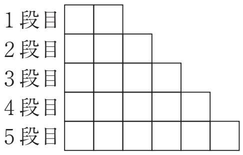


図 3 は，図 2 において，全ての段の左端のマスに 1，右端のマスに 4 を入れ，2 段目以降にある両端のマス以外のそれぞれのマスに，1 つ上の段にある真上のマスと，その左隣のマスに入っている 2 つの数の和を入れたものである。

図 3

1 段目	1	4				
2 段目	1	5	4			
3 段目	1	6	9	4		
4 段目	1	7	15	13	4	
5 段目	1	8	22	28	17	4

図 3 のそれぞれの段において，全てのマスに入っている数の和について考えると，

1 段目は，$1 + 4 = 5$

2 段目は，$1 + 5 + 4 = 10 = 5 \times 2$

3 段目は，$1 + 6 + 9 + 4 = 20 = 5 \times 4$

4 段目は，$1 + 7 + 15 + 13 + 4 = 40 = 5 \times 8$

5 段目は，$1 + 8 + 22 + 28 + 17 + 4 = 80 = 5 \times 16$ となり，

2 段目以降のそれぞれの段において，全てのマスに入っている数の和は，1 段目の 2 個のマスに入っている数の和である 5 の倍数となっている。

図 2 において，全ての段の左端のマスに入れる数を a，右端のマスに入れる数を b とし，2 段目以降にある両端のマス以外のそれぞれのマスに，1 つ上の段にある真上のマスと，その左隣のマスに入っている 2 つの数の和を入れるとき，5 段目にある 6 個のマスに入っている数の和は，1 段目の 2 個のマスに入っている数の和の 16 倍となることを確かめなさい。

ただし，a，b は自然数とする。

〔問 2〕［先生が作った問題］で，5 段目にある 6 個のマスに入っている数をそれぞれ a，b を用いた式で表し，5 段目にある 6 個のマスに入っている数の和は，1 段目の 2 個のマスに入っている数の和の 16 倍となることを証明せよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

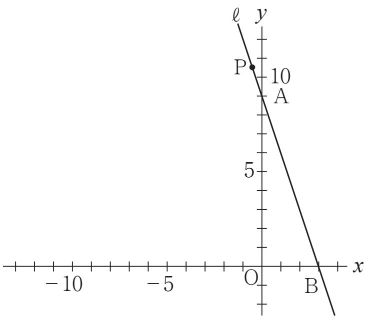
3 右の図1で，点Oは原点，直線ℓは一次関数$y = -3x + 9$のグラフを表している。

直線ℓとy軸との交点をA，直線ℓとx軸との交点をBとする。

直線ℓ上にある点をPとする。

次の各問に答えよ。

図1



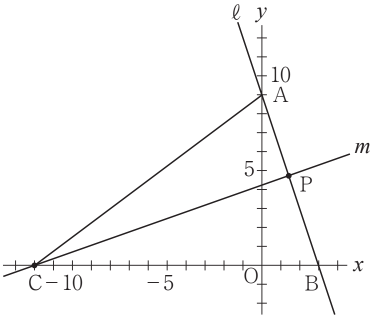
〔問1〕 次の［　　］の中の「あ」「い」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

点Pのx座標が-1のとき，点Pのy座標は，［あい］である。

〔問2〕 右の図2は，図1において，点Pのx座標が3より小さい正の数であるとき，x軸上にあり，x座標が-12である点をCとし，点Aと点Cを結び，2点C，Pを通る直線をmとした場合を表している。

次の①，②に答えよ。

図2



① 直線mが△ACBの面積を2等分するとき，直線mの式を求めよ。

② 次の［　　］の中の「う」「え」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

図2において，y軸を対称の軸として点Bと線対称な点をDとし，点Dと点Pを結んだ場合を考える。

△CDPの面積が△ACPの面積の$\frac{2}{5}$倍になるとき，点Pのx座標は，$\frac{［う］}{［え］}$である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製·転載を禁止します。

4 右の図1で，四角形ABCDは，AB ＝ 6 cm，BC ＝ 12cm の長方形である。

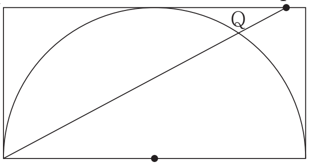
辺BCを直径とする半円Oの$\overset{\frown}{BC}$は，2つの頂点B，Cを通る直線に対して頂点Aと同じ側にある。

点Pは，辺AD上にある点で，頂点Aに一致しない。

頂点Bと点Pを結んだ線分と，$\overset{\frown}{BC}$との交点のうち，頂点Bと異なる点をQとする。

次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 図1において，$\angle PBC = a^\circ$とするとき，$\overset{\frown}{CQ}$の長さを表す式を，次のア～エのうちから選び，記号で答えよ。

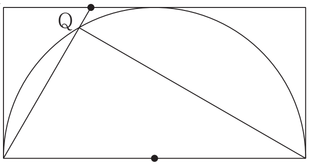
ただし，円周率はπとする。

ア　$12\pi a$ cm　　イ　$6\pi a$ cm　　ウ　$\frac{1}{10}\pi a$ cm　　エ　$\frac{1}{15}\pi a$ cm

〔問2〕 右の図2は，図1において，頂点Cと点Qを結んだ場合を表している。

次の①，②に答えよ。

図2



① △ABP ∽ △QCB であることを証明せよ。

② 次の［　　］の中の「お」「か」「き」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

図2において，AP：PD ＝ 1：3のとき，線分PQの長さは，$\frac{\boxed{お}\sqrt{\boxed{か}}}{\boxed{き}}$ cmである。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

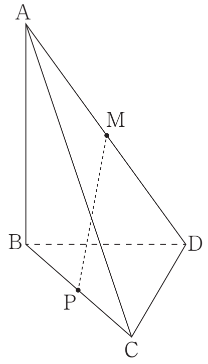
5　右の図1に示した立体A―BCDは，AB = 8 cm，BC = BD = 6 cm，∠ABC = ∠ABD = 90°，∠CBD = 60°の三角すいである。

辺ADの中点をMとする。

辺BC上にある点をPとし，点Mと点Pを結ぶ。

次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕　次の［　］の中の「く」に当てはまる数字を答えよ。

点Pが辺BCの中点となるとき，線分MPの長さは，［く］cmである。

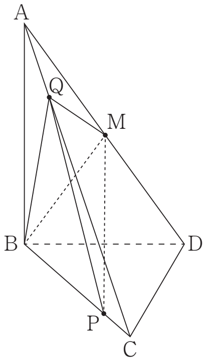
〔問2〕　次の［　］の中の「け」「こ」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

右の図2は，図1において，辺AC上にある点をQとし，頂点Bと点M，頂点Bと点Q，点Mと点Q，点Pと点Qをそれぞれ結んだ場合を表している。

BP = 5 cm，AQ = 2 cmのとき，立体M―QBPの体積は，

［け］$\sqrt{［こ］}$ cm^3である。

図2



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

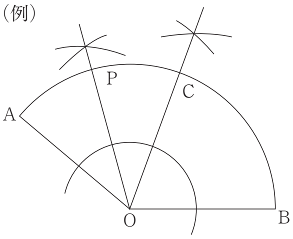
2017年度　東京都公立高校入試問題

1　〔問1〕9　〔問2〕$7a+8b$　〔問3〕$4-5\sqrt{2}$　〔問4〕$x=6$

〔問5〕$(x=)\ 3$　$(y=)\ 4$　〔問6〕$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$　〔問7〕ウ

〔問8〕$\dfrac{11}{12}$　〔問9〕（右図）

（例）



≪解説≫

〔問1〕与式$=6-(-3)=6+3=9$

〔問2〕与式$=8a+b-a+7b=7a+8b$

〔問3〕与式$=6-6\sqrt{2}+\sqrt{2}-2=4-5\sqrt{2}$

〔問4〕$3x+15=4x+9$より，$-x=-6$なので，$x=6$

〔問5〕与式を順に①，②とする。①+②より，$5x=15$なので，$x=3$　①に$x=3$を代入して，$3+y=7$より，$y=4$

〔問6〕解の公式より，$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times2}}{2\times1}=\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$

〔問7〕xの変域に0を含むので，最小値は$x=0$のときで，$y=0$　最大値は$x=-5$のときで，$y=(-5)^2=25$　よって，$0\leqq y\leqq 25$

〔問8〕2つのさいころの目の出方は全部で，$6\times6=36$（通り）　このうち，和が10より大きくなる目の出方は，（大，小）=（5，6），（6，5），（6，6）の3通りなので，和が10以下になる目の出方は，$36-3=33$（通り）　よって，求める確率は，$\dfrac{33}{36}=\dfrac{11}{12}$

〔問9〕まず，∠AOBの二等分線をひき，$\overset{\frown}{AB}$との交点をCとする。次に，∠AOCの二等分線をひいて，$\overset{\frown}{AB}$との交点をとると，この点がPとなる。よって，上図のように作図をすればよい。

2　〔問1〕ア　〔問2〕〔証明〕5段目の6個のマスに入っている数をそれぞれa，bを用いた式で表すと，左から，a，$4a+b$，$6a+4b$，$4a+6b$，$a+4b$，bとなり，その和は，$a+(4a+b)+(6a+4b)+(4a+6b)+(a+4b)+b=16a+16b=16(a+b)$となる。また，1段目の2個のマスに入っている数の和は$a+b$と表せる。よって，5段目の6個のマスに入っている数の和は，1段目の2個のマスに入っている数の和の16倍となる。

≪解説≫

〔問1〕各段の右から2マス目の数は，5，2，-1，-4，…と順に3を引いた数になるので，10段目の右から2マス目は，$5-3(10-1)=5-27=-22$

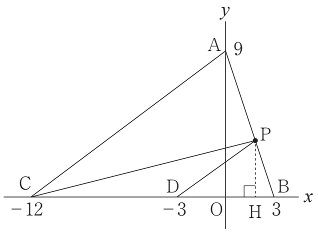
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

3　〔問1〕あ．1　い．2　〔問2〕①（$y=$）$\frac{1}{3}x+4$　②う．9　え．5

≪解説≫

〔問1〕$y=-3x+9$ に $x=-1$ を代入して，$y=-3\times(-1)+9=12$

〔問2〕① 点Aの座標は(0，9)　また，$y=-3x+9$ に $y=0$ を代入して，$0=-3x+9$ より，$x=3$ なので，点Bの座標は(3，0)　直線 m が△ACBの面積を2等分するとき，直線 m は線分ABの中点を通るから，点Pはその中点となる。この点の x 座標は，$\frac{0+3}{2}=\frac{3}{2}$，$y$ 座標は，$\frac{9+0}{2}=\frac{9}{2}$ だから，直線 m はC（-12，0）とP$\left(\frac{3}{2},\ \frac{9}{2}\right)$を通る直線で，傾きは，$\left(\frac{9}{2}-0\right)\div\left\{\frac{3}{2}-(-12)\right\}=\frac{9}{2}\div\frac{27}{2}=\frac{1}{3}$　これより，$y=\frac{1}{3}x+a$ とおいて，点Cの座標を代入すると，$0=\frac{1}{3}\times(-12)+a$ となり，$a=4$　よって，$y=\frac{1}{3}x+4$



【別解】 傾きが $\frac{1}{3}$ だから，x の増加量12に $\frac{1}{3}$ をかけて，$2\times\frac{1}{3}$ で切片4を求めてもよい。

② 点Dの座標は（-3，0）だから，$CD=-3-(-12)=9$，$BD=3-(-3)=6$　△CDPと△BDPは底辺をそれぞれCD，BDとすると高さが等しいので，面積比は底辺の比に等しい。これより，△CDP：△BDP＝CD：BD＝9：6＝3：2だから，△CDP＝3S，△BDP＝2Sとおくと，△BCP＝3S＋2S＝5S　また，△CDP＝$\frac{2}{5}$△ACPだから，△ACP＝$3\mathrm{S}\div\frac{2}{5}=\frac{15}{2}\mathrm{S}$　よって，AP：PB＝△ACP：△BCP＝$\frac{15}{2}\mathrm{S}:5\mathrm{S}=3:2$　右上図のように点Pから x 軸に垂線PHをひくと，OA∥PHより，OH：BH＝AP：BP＝3：2だから，$\mathrm{OH}=\mathrm{OB}\times\frac{3}{3+2}=3\times\frac{3}{5}=\frac{9}{5}$ となり，点Pの x 座標は $\frac{9}{5}$。

4　〔問1〕エ　〔問2〕①〔証明〕（△ABPと△QCBにおいて，）四角形ABCDは長方形だから，∠PAB＝90°　半円の弧に対する円周角は直角だから，∠BQC＝90°　よって，∠PAB＝∠BQC……(1)　長方形の対辺は平行だから，AD∥BC　平行線の錯角は等しいから，∠APB＝∠QBC……(2)　(1)，(2)より，2組の角がそれぞれ等しいから，（△ABP∽△QCB）　②お．3　か．5　き．5

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

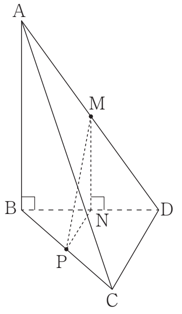
≪解説≫

〔問 1〕円周角の定理より，$\angle QOC = 2\angle PBC = 2a^\circ$ なので，$\overset{\frown}{CQ} = 12\pi \times \dfrac{2a}{360} = \dfrac{1}{15}\pi a$ (cm)

〔問 2〕② $AP = AD \times \dfrac{1}{1+3} = 12 \times \dfrac{1}{4} = 3$ (cm)　△ABP で三平方の定理より，$PB = \sqrt{6^2+3^2} = 3\sqrt{5}$ (cm) だから，PQ = x cm とすると，$QB = 3\sqrt{5} - x$ (cm)　①より，AP : QB = PB : BC が成り立つから，$3 : (3\sqrt{5} - x) = 3\sqrt{5} : 12$　比例式の性質より，$3\sqrt{5}(3\sqrt{5} - x) = 3 \times 12$ となり，両辺を 3 で割って展開すると，$15 - \sqrt{5}x = 12$　よって，$\sqrt{5}x = 3$ だから，$x = \dfrac{3}{\sqrt{5}} = \dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

5　〔問 1〕く．5　〔問 2〕け．8　こ．3

≪解説≫



〔問 1〕右図のように，点 M から BD に垂線 MN をひくと，AM = MD，AB ∥ MN より，BN = ND だから，△ABD で中点連結定理より，$MN = \dfrac{1}{2}AB = 4$ (cm)　また，△BCD は，BC = BD，$\angle CBD = 60^\circ$ より，正三角形だから，CD = 6 cm で，中点連結定理より，$PN = \dfrac{1}{2}CD = 3$ (cm)　ここで，$\angle ABC = \angle ABD = 90^\circ$ より，AB は面 BCD と垂直に交わるから，AB と平行な MN も面 BCD に垂直となり，△MPN は $\angle MNP = 90^\circ$ の直角三角形。よって，三平方の定理より，$MP = \sqrt{MN^2 + PN^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ (cm)

〔問 2〕1 辺 6 cm の正三角形の高さは，$6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ (cm) だから，$\triangle BCD = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ (cm^2)　これより，三角すい A—BCD $= \dfrac{1}{3} \times 9\sqrt{3} \times 8 = 24\sqrt{3}$ (cm^3)，三角すい M—BCD $= \dfrac{1}{3} \times 9\sqrt{3} \times 4 = 12\sqrt{3}$ (cm^3) だから，三角すい M—ABC $= 24\sqrt{3} - 12\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$ (cm^3)　ここで，三平方の定理より，$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ (cm) より，$QC = 10 - 2 = 8$ (cm) だから，QC : AC = 8 : 10 = 4 : 5　△QBC と△ABC は底辺をそれぞれ QC，AC とすると高さが等しいから，面積比は底辺の比に等しく 4 : 5。これより，△ABC = S とおくと，$\triangle QBC = \dfrac{4}{5}S$　同様に，△QBP : △QBC = BP : BC = 5 : 6 だから，$\triangle QBP = \dfrac{4}{5}S \times \dfrac{5}{6} = \dfrac{2}{3}S$　三角すい M—QBP と三角すい M—ABC は底面をそれぞれ△QBP，△ABC とすると高さが等し

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

いから，体積比は底面積の比に等しく，$\frac{2}{3}\mathrm{S} : \mathrm{S} = 2 : 3$　よって，三角すいM―QBP = $12\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 8\sqrt{3}$ (cm^3)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。